

Codage basé modèle des paramètres LPC pour la compression de parole

Marie Oger¹

Stéphane Ragot¹

Marc Antonini²

¹ France Télécom R&D/TECH/SSTP, Av. Pierre Marzin, 22307 Lannion Cedex
Tel : 33 2 96 05 36 16, Fax : 33 2 96 05 35 30

{marie.oger, stephane.ragot}@francetelecom.com

² Lab. I3S-UMR 6070 CNRS et Université de Nice Sophia-Antipolis,
2000 rte des Lucioles, F-06903 Sophia Antipolis
Tel : 33 4 92 94 27 18 , Fax : 33 4 92 94 28 98

am@i3s.unice.fr

Mots clefs

Quantification vectorielle, codage des paramètres de prédiction linéaire (LPC), modèle de mélange gaussien (GMM), codage des fréquences de raies spectrales (LSF), loi gaussienne généralisée.

Codage basé modèle des paramètres LPC pour la compression de parole

Résumé

Le codage de source basé sur un modèle de mélange gaussien (GMM) a été récemment proposé pour la quantification des coefficients de prédiction linéaire (LPC). Ces paramètres représentent l’enveloppe spectrale court-terme d’un signal et sont couramment utilisés en compression de parole à bas débit. En codage par GMM, les vecteurs LPC de distribution de probabilité $f(\mathbf{x})$ sont codés à l’aide d’un modèle GMM qui approxime $f(\mathbf{x})$. Le codage d’une source \mathbf{x} de distribution de probabilité complexe est alors ramené au problème (plus simple) de la représentation des composantes du GMM, qui sont des sources vectorielles (quasi-)gaussiennes. Dans cet article, on cherche à valider l’hypothèse de gaussianité sous-jacente ; on évalue également dans quelle mesure les performances de codage peuvent être améliorées en incorporant une modélisation statistique plus fine que l’hypothèse de gaussianité.

En codage par GMM, les paramètres LPC sont transformés en sources scalaires centrées et de variance unité, dont les échantillons sont supposés indépendants et identiquement distribués (i.i.d.) ; la distribution résultante est modélisée ici par une loi gaussienne généralisée, qui dépend d’un facteur de forme α ($\alpha=1$ pour une loi laplacienne et 2 pour une loi gaussienne). L’hypothèse de gaussianité est ainsi validée simplement en estimant la valeur de α – à l’aide d’une longue séquence de parole. Différentes méthodes d’estimation du paramètre α sont présentées et comparées. On propose en particulier un nouveau critère d’estimation basé sur l’entropie différentielle. On ne cependant retient par la suite que l’estimation suivant le critère du χ^2 , qui s’avère être l’une des plus fiables.

Les résultats expérimentaux montrent que les paramètres LPC transformés sont bien modélisés par une loi gaussienne généralisée, avec un facteur de forme α pouvant aller de 0,94 à 3,36. L’hypothèse de gaussianité (correspondant au cas $\alpha = 2$) n’est donc pas vérifiée. Par suite on propose de modifier le codage “classique” des paramètres LPC par GMM afin de prendre en compte les valeurs estimées de α . L’amélioration de performances obtenue (en terme de distorsion spectrale) est cependant très faible.

Mots clefs

Quantification vectorielle, codage des paramètres de prédiction linéaire (LPC), modèle de mélange gaussien (GMM), codage des fréquences de raies spectrales (LSF), loi gaussienne généralisée.

1 Introduction

Cet article s’intéresse au codage des coefficients de prédiction linéaire (LPC) basé sur un modèle de mélange gaussien (GMM). En effet, récemment une approche prometteuse de codage “basé modèle” a été proposée en compression de parole [1, 2]. Suivant cette approche, la distribution de probabilité $f(\mathbf{x})$ des paramètres LPC représentant l’enveloppe spectrale de la parole est approchée par un GMM d’ordre M :

$$f(\mathbf{x}) \simeq \sum_{i=1}^M \alpha_i \mathcal{N}(\mu_i, \Sigma_i),$$

où $\mathcal{N}(\mu_i, \Sigma_i)$ est une source gaussienne vectorielle de moyenne μ_i et de matrice de covariance Σ_i .

La quantification par GMM se ramène à un codage avec classification : chaque vecteur \mathbf{x} de la source \mathbf{X} est codé comme une réalisation de la source gaussienne vectorielle $\mathcal{N}(\mu_i, \Sigma_i)$, où i correspond à la classe de \mathbf{x} induite par le modèle GMM. La source \mathbf{X} peut être ainsi décomposée en classes de la forme :

$$C_i = \{\mathbf{x} \in \mathbf{X} \mid \text{classe}(\mathbf{x}) = i\}.$$

On étudie ici la gaussianité des classes C_i induites par un modèle GMM, lorsque ces classes sont calculées à partir de paramètres LPC suivant l’algorithme de codage de [2]. On montre de façon expérimentale que la distribution des classes C_i est bien approximée par une loi gaussienne généralisée, mais que l’hypothèse gaussienne des classes n’est pas valide. Cette propriété est exploitée pour améliorer le codage LPC proposé dans [2].

Cet article est structuré comme suit. Dans la section 2, on décrit le codage des paramètres LPC par GMM introduit dans [2]. La loi gaussienne généralisée est présentée dans la section 3. Les critères d’estimation statistique du paramètre de forme caractérisant une loi gaussienne généralisée sont introduits dans la section 4. Dans la section 5, on présente les résultats de l’estimation de la gaussianité des classes C_i et les performances de codage exploitant l’estimation précédente. La section 6 dresse les conclusions du travail présenté et des perspectives.

2 Codage des paramètres LPC basé modèle

2.1 Paramètres LPC

Le codage par prédiction linéaire (LPC) est une technique classique en compression de parole. Les fréquences

de raies spectrales (LSF) [3] sont une représentation équivalente des coefficients LPC qui offre des avantages importants pour le codage de la parole (test de stabilité simple, quantification efficace à bas débit, possibilité d'interpolation par sous-trame) [4]. La dimension n des vecteurs LSF correspond à l'ordre LPC utilisé. Ainsi, n est en général fixé à 10 pour la parole en bande étroite (échantillonnée à 8 kHz), 16 ou 18 pour le cas de la bande élargie (échantillonnée à 16 kHz).

2.2 Modélisation de la distribution des LSF par un modèle de mélange gaussien

La distribution des vecteurs LSF \mathbf{x} de dimension n peut être approximée par un modèle de mélange gaussien (GMM) d'ordre M défini comme [2] :

$$g(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^M \alpha_i g_i(\mathbf{x}), \quad (1)$$

où

$$g_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det(\Sigma_i)}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mu_i)^T \Sigma_i^{-1} (\mathbf{x}-\mu_i)}$$

avec les contraintes suivantes : $\alpha_i > 0$ et $\sum_{i=1}^M \alpha_i = 1$. Les paramètres du modèle sont définis comme :

$$\Theta = \{\alpha_1, \dots, \alpha_M, \mu_1, \dots, \mu_M, \Sigma_1, \dots, \Sigma_M\} \quad (2)$$

où α_i , μ_i et Σ_i correspondent respectivement à la probabilité *a priori*, à la moyenne et à la matrice de covariance de la $i^{\text{ème}}$ composante gaussienne. L'algorithme EM [5] est couramment utilisé pour calculer les paramètres Θ à partir d'une base d'apprentissage.

2.3 Codage d'une source basé modèle

La distribution de probabilité $f(\mathbf{x})$ d'un vecteur LSF \mathbf{x} est approchée par un GMM d'ordre M :

$$f(\mathbf{x}) \simeq g(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^M \alpha_i \mathcal{N}(\mu_i, \Sigma_i).$$

Un vecteur LSF \mathbf{x} peut être codé par le schéma de quantification présenté à la Figure 1 [2].

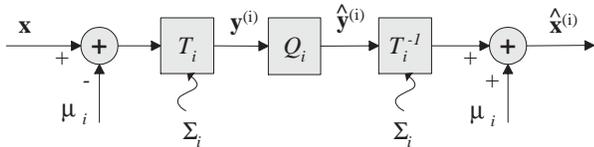


FIG. 1 – Codage de la $i^{\text{ème}}$ composante du modèle de mélange gaussien

Le vecteur LSF quantifié, $\hat{\mathbf{x}}$, est choisi parmi M candidats, $\hat{\mathbf{x}}^{(i)}$, avec $i = 1, \dots, M$, en minimisant la distance euclidienne [6] :

$$\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}^{(j)} \text{ où } j = \arg \min_{i=1..M} d(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}^{(i)})$$

Le candidat $\hat{\mathbf{x}}^{(i)}$ est le représentant de \mathbf{x} pour la $i^{\text{ème}}$ composante GMM. Les $\hat{\mathbf{x}}^{(i)}$ sont codés par la transformation de Karhunen-Loeve (KLT), qui est optimale pour la quantification de sources gaussiennes corrélées [7].

Le candidat $\hat{\mathbf{x}}^{(i)}$ est exprimé en fonction des paramètres μ_i et Σ_i de la $i^{\text{ème}}$ composante gaussienne comme [2] :

$$\hat{\mathbf{x}}_i = T_i^{-1} Q_i (T_i (\mathbf{x} - \mu_i)), \quad (3)$$

où T_i est la matrice de Karhunen-Loeve qui décorrelle la $i^{\text{ème}}$ composante gaussienne et $Q_i(\cdot)$ est une méthode de quantification optimisée pour les composantes gaussiennes décorréliées. Le calcul de T_i nécessite la décomposition en valeurs propres de la matrice de covariance Σ_i :

$$\Sigma_i = T_i \text{diag}(\sigma_{i1}^2, \dots, \sigma_{in}^2) T_i^T, \quad (4)$$

où les $\sigma_{i1}^2 \geq \dots \geq \sigma_{in}^2$ ($i = 1, \dots, M$) sont les valeurs propres de Σ_i .

2.4 Transformation des vecteurs LSF en sources scalaires centrées et de variance unité (i.i.d.)

On définit $\mathbf{z}^{(i)}$ comme le vecteur obtenu après avoir retranché la moyenne μ_i , appliqué la transformation de Karhunen-Loeve T_i et normalisé chaque élément par l'écart-type σ_i :

$$\mathbf{z}^{(i)} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)^{-1} \mathbf{y}^{(i)} \quad (5)$$

$$= \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)^{-1} T_i (\mathbf{x} - \mu_i) \quad (6)$$

où $\text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ est la matrice diagonale regroupant les écart-types σ_i .

Les vecteurs LSF transformés sont regroupés en classes C_i définies comme :

$$C_i = \left\{ \mathbf{z}^{(i)} \mid i = \arg \min_{j=1..M} d(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}^{(j)}) \right\} \quad (7)$$

où $j = 1, \dots, M$ est l'indice de la composante gaussienne. La densité de probabilité des $\mathbf{z}^{(i)}$ appartenant à une classe C_i est supposée suivre une loi gaussienne. Cette hypothèse est implicite dans la technique de [2].

On compare la distribution de probabilité des classes C_i à la distribution de la loi gaussienne généralisée présentée à la section 3. Cette évaluation de la gaussianité des classes C_i est faite avec des critères d'estimation statistique présentés à la section 4.

3 La loi gaussienne généralisée

Une variable aléatoire x gaussienne généralisée, centrée et d'écart-type σ , a pour densité de probabilité :

$$f(x) = \frac{A(\alpha)}{\sigma} e^{-|B(\alpha) \frac{x}{\sigma}|^\alpha}, \quad (8)$$

avec

$$A(\alpha) = \frac{\alpha B(\alpha)}{2\Gamma(1/\alpha)} \quad \text{et} \quad B(\alpha) = \sqrt{\frac{\Gamma(3/\alpha)}{\Gamma(1/\alpha)}}$$

où α et σ sont respectivement le facteur de forme et l'écart-type de x . $\Gamma(\cdot)$ est la fonction Gamma définie comme :

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{n-1} dt.$$

Les lois laplacienne et gaussienne sont des cas particuliers de la loi gaussienne généralisée pour le cas $\alpha = 1$ et 2 respectivement :

$$\text{loi laplacienne : } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} e^{-\frac{\sqrt{2}|x|}{\sigma}} \quad (9)$$

$$\text{loi gaussienne : } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (10)$$

La loi gaussienne généralisée permet de représenter des distributions unimodales, qu'elles soient très concentrées ou dispersées autour de la moyenne.

4 Estimation du facteur de forme α

Différentes méthodes d'estimation statistique du facteur de forme α sont revues ici. On distingue les critères d'estimation "en boucle fermée" et ceux en "boucle ouverte". On propose également une méthode d'estimation basée sur l'entropie différentielle.

4.1 Critères d'estimation en boucle fermée

Le critère du χ^2 [8]. Ce critère permet d'évaluer une "distance" entre deux distributions de probabilité. Pour estimer le facteur de forme α de la gaussienne généralisée, on minimise l'erreur quadratique pondérée entre deux distributions. La "distance" au sens du χ^2 est donnée par :

$$\chi^2 = \sum_x \frac{(p(x) - q(x))^2}{p(x) + q(x)} \quad (11)$$

où $p(x)$ est une densité de probabilité d'une gaussienne généralisée (discrétisée) et $q(x)$ la distribution mesurée.

Le critère de Smirnov-Kolmogorov [9]. Ce critère mesure une "distance" entre les fonctions de répartition. La distance de Smirnov-Kolmogorov entre deux distributions $p(x)$ et $q(x)$ est définie par :

$$KS = \max_y |P(y) - Q(y)|, \quad (12)$$

où $P(y) = \sum_{x < y} p(x)$ et $Q(y) = \sum_{x < y} q(x)$.

La divergence de Kullback-Leibler [10]. La divergence de Kullback-Leibler est définie par :

$$D(p||q) = \sum_x q(x) \log \frac{p(x)}{q(x)}, \quad (13)$$

où $p(x)$ est une densité de probabilité d'une gaussienne généralisée (discrétisée) et $q(x)$ la distribution mesurée. On obtient alors le facteur de forme α en minimisant la divergence de Kullback-Leibler en fonction de α .

4.2 Critères d'estimation en boucle ouverte

Le critère du kurtosis. Pour une loi gaussienne généralisée centrée de paramètre de forme α , le kurtosis (ou coefficient d'aplatissement) K [11] est donné par :

$$K = \frac{E(x^4)}{E(x^2)^2} = \frac{\Gamma(5/\alpha)\Gamma(1/\alpha)}{\Gamma(3/\alpha)^2}, \quad (14)$$

où $E(\cdot)$ désigne l'espérance mathématique.

On remarque que $\ln K$ est pratiquement linéaire suivant $1/\alpha$ [12]. Le facteur de forme α peut être estimé à partir de K en utilisant l'approximation suivante :

$$\alpha \approx \frac{1.447}{\ln K - 0.345}. \quad (15)$$

La méthode proposée par Mallat [13]. Pour une loi gaussienne généralisée centrée de paramètre de forme α , on établit une relation entre la variance, $m_2 = E(x^2)$, la valeur absolue moyenne, $m_1 = E(|x|)$ et le facteur de forme α :

$$F(\alpha) = \frac{m_1}{\sqrt{m_2}} = \frac{\Gamma(2/\alpha)}{\sqrt{\Gamma(1/\alpha)\Gamma(3/\alpha)}} \quad (16)$$

où $F(\cdot)$ est la fonction définie par

$$F(\alpha) = \frac{\Gamma(2/\alpha)}{\sqrt{\Gamma(1/\alpha)\Gamma(3/\alpha)}}. \quad (17)$$

Le paramètre de forme α peut donc être estimé en mesurant d'abord m_1 et m_2 , puis en calculant $F^{-1}(\alpha)$.

4.3 Critère alternatif d'estimation en boucle ouverte

Utilisation de l'entropie différentielle $h(x)$. Le paramètre de forme α d'une séquence x suivant une loi gaussienne généralisée x peut être estimé en calculant l'histogramme des valeurs prises par x . L'axe réel est ainsi discrétisé en intervalles réguliers de pas d'échantillonnage Δ ; on mesure la fréquence de x dans chaque intervalle de largeur Δ . Cet histogramme permet d'estimer un débit entropique défini par

$$R = - \sum_i q(x_i) \log_2 q(x_i), \quad (18)$$

où $q(x_i)$ est la probabilité d'occurrence déduite de l'histogramme pour le i -ème intervalle de largeur Δ .

En supposant le pas d'échantillonnage Δ très fin, on peut utiliser un résultat classique de la théorie de la quantification à haut débit, qui relie le débit entropique R et l'entropie différentielle $h(x)$ [14] :

$$R \approx h(x) - \log_2 \Delta \quad (19)$$

où

$$h(x) = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \log_2 f(x) dx. \quad (20)$$

Or, pour une loi gaussienne généralisée $f(x)$ de paramètre de forme α , l'entropie différentielle est donnée par [12] :

$$h(x) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{4\sigma^2 \Gamma(1/\alpha)^3}{\alpha^2 \Gamma(3/\alpha)} \right) \frac{2\Gamma(1/\alpha + 1)}{\Gamma(1/\alpha) \ln 2} \quad (21)$$

$$\approx R + \log_2 \Delta. \quad (22)$$

Le débit entropique R mesuré par histogramme et la largeur d'intervalle Δ permettent donc d'estimer α à partir des équations précédentes.

5 Résultats expérimentaux

5.1 Conditions expérimentales

Les expériences ont été conduites à partir de la base NTT-AT de parole en bande élargie (échantillonnée à 16KHz) multilingue, multi-locuteurs et durant 5 heures – ces données audio sont stockées sur 4 CDs. Une base d'entraînement est constituée d'environ 3h20 d'enregistrement, et le reste sert comme base de test soit environ 1h40 d'enregistrement. Le standard de compression AMR-WB (aussi ITU-T G.722.2) a été utilisé pour générer des vecteurs LSF et constituer des bases d'entraînement et de test (distinctes). Les vecteurs LSF sont de dimension $n = 16$ et sont associés à des trames de longueur 20 ms. L'algorithme EM a été appliqué sur la base d'entraînement pour estimer les paramètres d'un modèle gaussien d'ordre $M = 4$ – les moyennes μ_i étant initialisées par l'algorithme des K-moyennes. Les vecteurs LSF de la base de test ont été codés à l'aide du GMM obtenu suivant la technique de [2].

5.2 Comparaison des critères d'estimation statistique

On présente les valeurs du facteur de forme α obtenues par différentes méthodes d'estimation, dans le cas d'un GMM d'ordre 4. L'estimation de α est réalisée à partir de la base de LSF d'entraînement. A titre d'exemple, la densité de probabilité réelle et les densités estimées sont représentées à la figure 2, en considérant un élément de la 3^{ème} composante gaussienne.

Le tableau 1 présente les valeurs estimées de α correspondantes. Les différents critères définis dans la section 4 ont été évalués. L'estimation est systématiquement plus précise en utilisant les critères en boucle fermée. Contrairement à ce que pourrait laisser penser ce tableau, les critères en boucle ouverte (kurtosis, Mallat, entropie différentielle $h(x)$) sont peu fiables. De plus, les critères en boucle fermée nécessitent en général une séquence plus courte (constituée de moins d'échantillons) que les critères en boucle ouverte. On choisit donc de travailler par la suite avec le critère du χ^2 .

5.3 Estimation du facteur de forme après classification par GMM

On présente au tableau 2 les facteurs de forme α estimés sur la base d'apprentissage pour les vecteurs LSF transformés (tels que définis à la section 2.4). Le modèle GMM

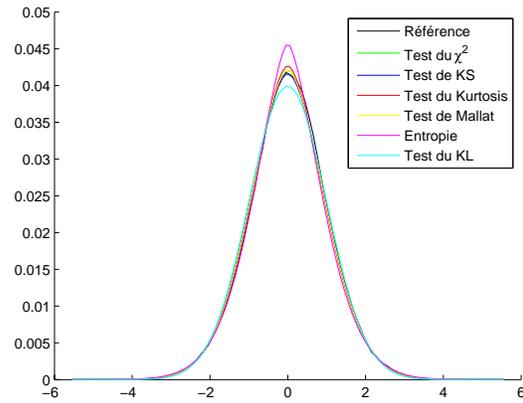


FIG. 2 – Tracés des densités de probabilité pour différents α estimés pour la 3^{ème} composante gaussienne.

	χ^2	KS	KL	Kurtosis	Mallat	$h(x)$
α	1.810	1.845	2.000	1.767	1.810	1.585
erreur (χ^2)	0.001	0.010	0.004	0.971	0.001	0.737

TAB. 1 – Présentation des α pour les critères d'estimation pour la 3^{ème} gaussienne

d'ordre comprenant $M = 4$ composantes, ce tableau comprend 4 colonnes ; dans chaque colonne on trouve $n = 16$ valeurs de α – autant de valeurs que la dimension des vecteurs LSF transformés. Pour des fins de clarification, on note α_{ji} le facteur de forme associé au j -ème élément x_j des vecteurs de la i -ème classe. L'estimation de α_{ji} repose sur le critère du χ^2 .

Ces résultats montrent que la distribution des sources à quantifier $\mathbf{z}^{(i)}$ suit une loi gaussienne généralisée avec α pouvant aller de 0,94 à 3,36. L'hypothèse de gaussianité (correspondant au cas $\alpha = 2$), implicite dans la technique de [2], n'est donc en général pas vérifiée. Une partie seulement des composantes des vecteurs LSF transformés ont une distribution proche de la loi gaussienne (pour laquelle $\alpha_{ji} \approx 2$).

5.4 Performance de la quantification des paramètres LSF

La technique de quantification de [2] peut être modifiée pour incorporer la connaissance des facteurs de forme α_{ji} estimés sur la base d'apprentissage. Par rapport à [2], une modification simple consiste à adapter la fonction de compression-expansion – qui est optimisée dans [2] pour le cas d'une loi gaussienne $\mathcal{N}(0, 1)$ – à une loi gaussienne généralisée centrée de variance unité et de facteur α_{ji} .

Le schéma bloc du système de quantification est présenté à la figure 3. Seules les fonctions de compression c et d'expansion c^{-1} sont modifiées en fonction de α_{ji} .

On compare au tableau 3 les performances de codage obtenues

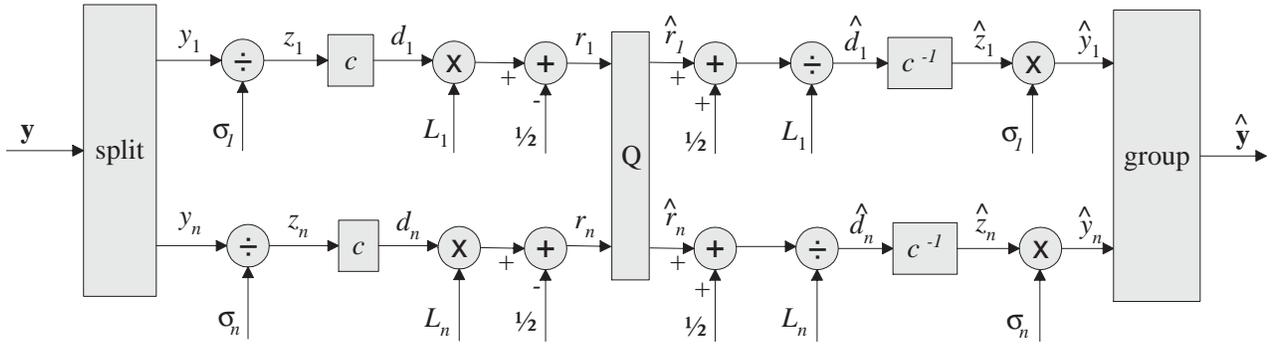


FIG. 3 – Quantification de composantes gaussiennes généralisées décorréliées

TAB. 2 – Facteurs de forme α_{ji} estimés sur la base d’entraînement de vecteurs de LSF transformés $\mathbf{z}_i = (z_{i1}, \dots, z_{ik}, \dots, z_{in})$ de dimension 16.

indice i de composante dans le GMM			
1	2	3	4
3.36	1.65	2.31	2.59
2.06	1.63	2.12	2.34
1.77	1.49	1.90	3.32
1.69	1.61	2.10	2.18
1.71	1.63	2.04	1.96
1.86	1.69	1.91	1.93
1.84	1.66	2.11	1.88
1.72	1.73	1.95	2.08
1.80	1.81	1.96	1.89
1.67	1.88	1.89	1.88
1.79	1.85	1.94	1.99
1.86	1.91	1.93	1.89
1.87	1.97	1.85	1.90
1.79	2.00	1.76	1.86
1.72	1.99	1.81	1.93
1.75	0.94	1.71	2.13

nues en utilisant la technique de [2] (avec une hypothèse implicite de gaussianité) et la même technique incorporant en plus la connaissance des facteurs de forme α_{ji} . Les performances ont été mesurées avec 60000 vecteurs LSF et sont exprimées en terme de distorsion spectrale (SD) moyenne et de pourcentages d’observations aberrantes (*outliers*) [4]. L’allocation des bits a été fixée à 36 bits par vecteur. Il en ressort que l’utilisation d’une modélisation statistique par loi gaussienne généralisée apporte une amélioration négligeable des performances de codage.

TAB. 3 – Log-distorsion spectrale mesurée sur la base de test pour la quantification sans mémoire de vecteurs LSF avec 36 bits par trame.

α	SD moyenne (dB)	SD ≥ 2 dB (%)	SD > 4 dB (%)
2	1,448	16,41	0,033
variable	1,443	15,18	0,055

6 Conclusion

Cet article a passé en revue les méthodes d’estimation du facteur de forme d’un loi gaussienne généralisée. Ces méthodes ont été appliquées dans le contexte du codage des paramètres LPC en compression de parole. Il a été montré que les sources codées dans la technique de référence de [2] ne sont pas exactement gaussiennes. Néanmoins l’utilisation d’une modélisation statistique plus fine a conduit à des améliorations de performance minimes.

La modélisation par loi gaussienne généralisée est une technique classique ayant fait ses preuves en codage d’images et vidéo. Son application à la compression de parole est relativement nouvelle. On a étudié dans cet article l’intérêt de cette modélisation en codage LPC basé sur un GMM. Les résultats montrent un apport négligeable dans ce cas précis ; d’autres applications en compression de parole sont envisagées.

Références

- [1] P. Hedelin et J. Skoglund. Vector quantization based on Gaussian mixture models. *IEEE Trans. Speech and Audio Proc.*, 8(4) :385–401, Jul. 2000.
- [2] A. D. Subramanian et B. D. Rao. Pdf optimized parametric vector quantization of speech line spectral frequencies. *IEEE Trans. Speech and Audio Proc.*, 11(2) :130–142, Mars 2003.
- [3] F. Itakura. Line spectrum representation of linear predictive coefficients of speech signals. *J. Acoust. Soc. Am.*, 57 :S35, apr. 1975.
- [4] K. K. Paliwal et W. B. Kleijn. *Speech Coding and Synthesis*. Elsevier Science, 1995.
- [5] A. Dempster et N. Laird et D. Rubin. Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm. *JRSSB*, 39(1) :1–38, 1977.
- [6] S. Ragot et H. Lahdili et R. Lefebvre. Wideband LSF quantization by generalized Voronoi codes. *Proc. Eurospeech*, pages 2319–2322, Sep. 2001.
- [7] Y. Huang et P. M. Schultheiss. Block quantization of correlated Gaussian random variables. *IEEE Trans. Commun. Syst.*, C-10 :289–296, Septembre 1963.
- [8] A. Papoulis. *Probability, random variables, and stochastic processes*. Mc Graw-Hill, 1965.
- [9] W. H. Press et S. Teuklosky et W. Vetterling et B. Flannery. *Numerical recipes in C, the art of scientific computing*. Cambridge university press, second edition, 1992.
- [10] S. Kullback. *Information Theory and Statistics*. New York : Wiley, 1959.
- [11] J. H. Kasner et M. W. Marcellin et B. R. Hunt. Universal treillis coded quantization. *IEEE Trans. Image Processing*, 8(12) :1677–1687, Décembre 1999.
- [12] C. Parisot. *Allocation basées modèles et transformée en ondelettes au fil de l'eau pour le codage d'images et de vidéos*. Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2003.
- [13] S. G. Mallat. A theory for multiresolution signal decomposition : The wavelet representation. *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, 11 :674–693, Juillet 1989.
- [14] H. Gish et J. N. Pierce. Asymptotically efficient quantizing. *IEEE Trans. Information Theory*, 14(6) :676–683, Sep. 1968.